

Modèle du choix rationnel (statique sans risque).  
Préférences et la fonction d utilité.

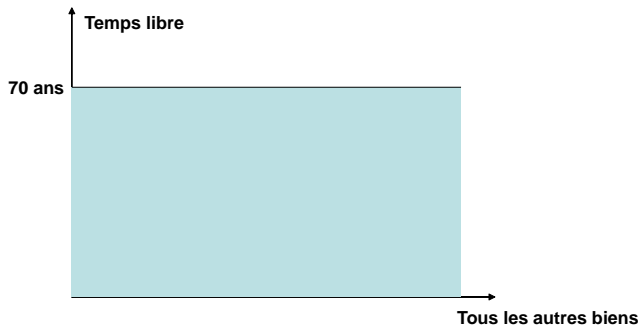
Elena Panova

Septembre, 2023.

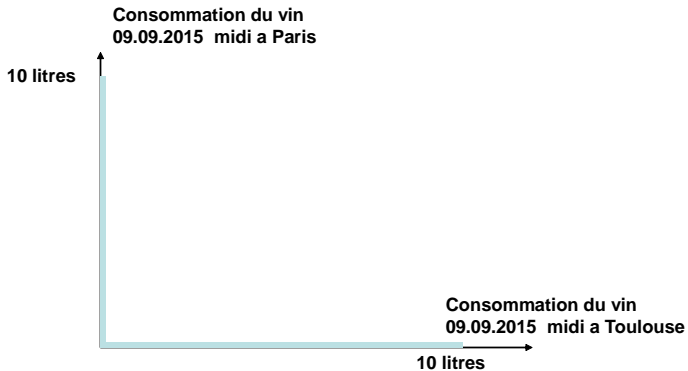
- Pendant nos vies nous faisons plusieurs choix: un repas pour dîner, montant d'épargne; le champ et le niveau d'éducation, l'assurance maladie, le vote etc.
- Il n'y a aucun consensus sur le processus neuronal sous-jacent.
- L'approche économique standard suppose que les choix sont produits par des préférences "rationnelles" sur les alternatives disponibles.

# L'ensemble d'alternatives.

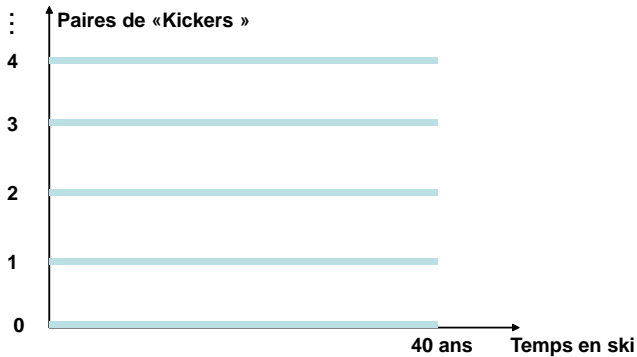
Considérez un *ensemble d'alternatives* (des choix possibles)  $X$ .  
Exemple (simplifié):  $X = \{(temps\ libre, tous\ les\ autres\ "biens")\}$ :



# L'ensemble d'alternatives.



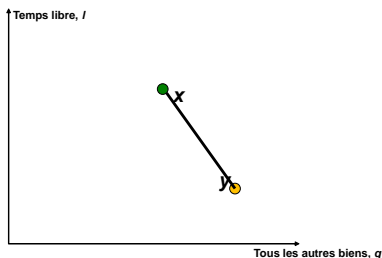
# L'ensemble d'alternatives.



# Préférences sur un ensemble d'alternatives.

Considérez deux éléments  $x$  et  $y$  d'ensemble  $X$ .

$\alpha x + (1 - \alpha)y$  où  $0 \leq \alpha \leq 1$  s'appelle *la combinaison convexe* de  $x$  et  $y$ .



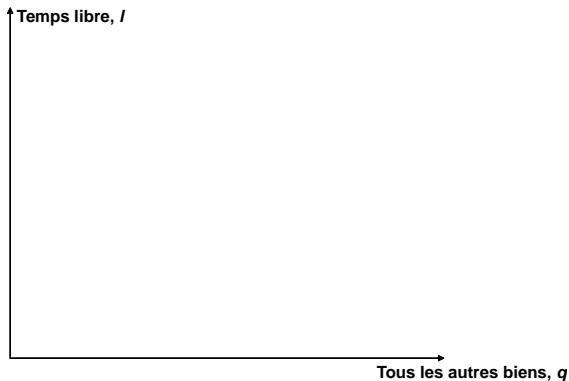
**Definition.** L'ensemble  $X$  est *convexe*  $\Leftrightarrow$  pour n'importe quels deux éléments  $x$  et  $y$  d'ensemble  $X$ , leur combinaison convexe appartient à l'ensemble.

Q: Lequel des susdits ensembles sont convexe ?

Nous supposons que  $X$  est convexe.

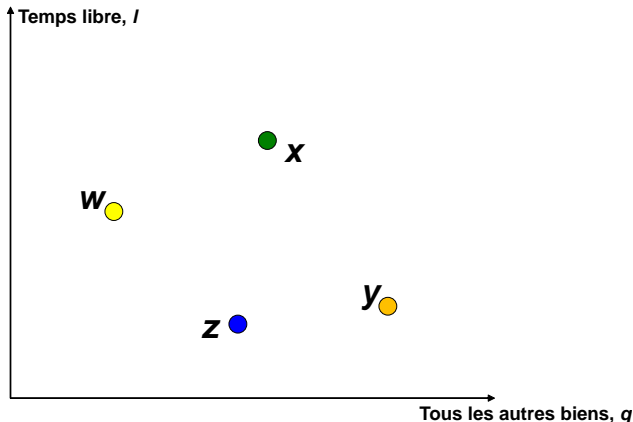
# Préférences sur un ensemble d'alternatives.

Dorénavant,  $X = \{(temps\ libre\ l, tous\ les\ autres\ "biens"\ q)\} = IR_+^2$   
(la vie est infini).



# Préférences sur un ensemble d'alternatives.

Un élément  $x$  d'ensemble  $X$  (une *alternative* ou "panier"  $x$ ) est une paire  $(l_x, q_x)$ . De la même façon,  $y = (l_y, q_y)$ ;  $z = (l_z, q_z)$  etc.





# Préférences sur un ensemble d'alternatives.

$x \succsim y$  «*x est au moins aussi bien que y*».

$x \succ y$  «*x est mieux que y*»  $\iff x \succsim y$  et  $\neg y \succsim x$ ;

$x \sim y$  «*x est aussi bien que y*»  $\iff x \succsim y$  et  $y \succsim x$ .

**Definition.**  $\succsim$  est *complet*  $\iff x \succsim y$  ou bien  $y \succsim x$ ;

$\succsim$  est *transitif*  $\iff x \succsim y$  et  $y \succsim z \implies x \succsim z$ ;

$\succsim$  est *rationnel*  $\iff$  complet et transitif.

**Exercise:** Vérifiez que si  $\succsim$  est rationnel  $\implies$

(i)  $\succ$  est irreflexif ( $\neg x \succ x$ ) et transitive;

(ii)  $\sim$  est réflexif ( $x \sim x$ ) et transitive;

(iii)  $x \succ y \succsim z \implies x \succ z$ .

Supposons que les préférences sont rationnelles.

Nous allons dire que les individus font leurs choix selon leurs préférences.

**Notation** Dénoter  $B \subseteq X$ . Le choix

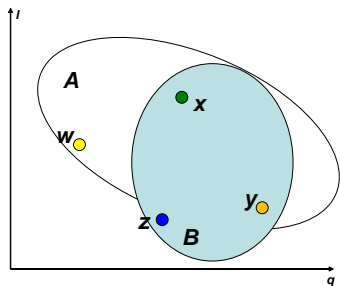
$$C(B, \succsim) = \{x \in B \mid x \succsim y \forall y \in B\}.$$

Note: la rationalité de préférences limite les choix:

# Préférences et choix.

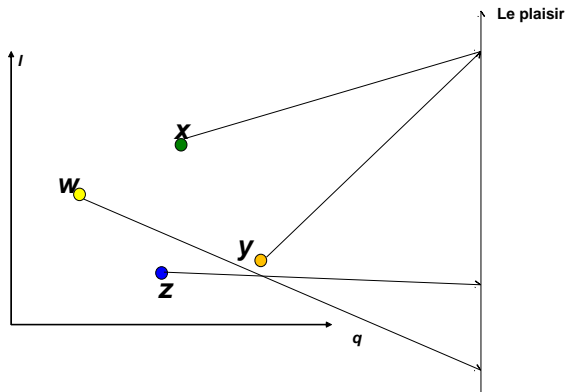
**Proposition 1** Supposons que les préférences  $\succsim$  sont rationnelles. Si  $x$  et  $y \in A \cap B$ ,  $x \in C(A; \succsim)$ ,  $y \in C(B; \succsim) \Rightarrow x \in C(B; \succsim)$ ,  $y \in C(A; \succsim)$ .

**Preuve**  $x \in C(A; \succsim)$  et  $y \in A \Rightarrow x \succsim y$ . Donc,  $y \in C(B; \succsim) \Rightarrow x \in C(B; \succsim)$ .  $y \in C(B; \succsim)$  et  $x \in B \Rightarrow y \succsim x$ . Donc,  $x \in C(A; \succsim) \Rightarrow y \in C(A; \succsim)$ .



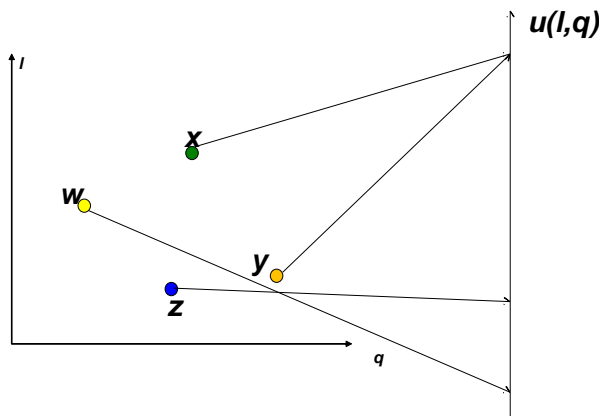
# Établissement d'ordre parmi les alternatives

Nous voudrions avoir un modèle fonctionnel de choix. L'idée: (i) associer chaque alternative avec une position sur une échelle de plaisir:



# Formalisation de l'ordre établi.

Nous voudrions avoir un modèle fonctionnel de choix. Idée: (i) associer chaque alternative avec une position sur une échelle de plaisir et (ii) décrire cette association par une *fonction d'utilité*.

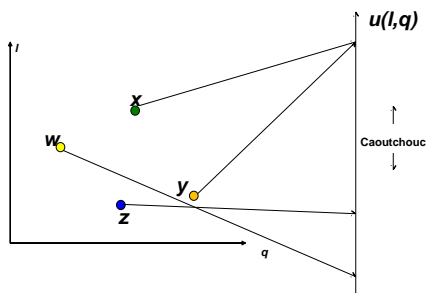


# Fonction d'utilité.

**Definition.**  $\succsim$  est représentable par une *fonction d'utilité*  
 $u(\cdot) : X \rightarrow \mathbb{R} \iff$

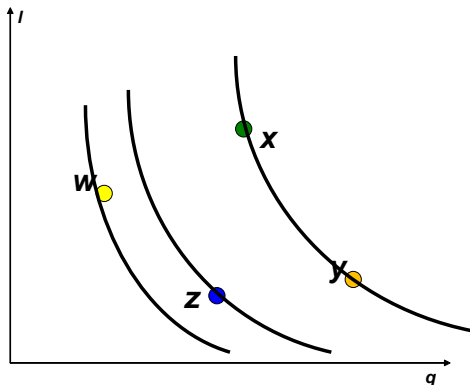
$$x \succsim y \iff u(x) \geq u(y), \forall x \in X, y \in X.$$

Remarquez que la représentation des  $\succsim$  par une fonction d'utilité n'est pas unique: En effet, si  $u(\cdot)$  représente  $\succsim \implies f(u(\cdot))$  représente  $\succsim$  où  $f(\cdot)$  est une fonction monotone croissante (par exemple,  $f(u) = 2u$ ).



# Courbes d'indifférence.

**Definition.** Une *courbe d'indifférence* est une représentation graphique d'un ensemble  $\{x \in X \mid u(x) = \bar{u}\}$ .



# Conditions nécessaires pour l'existence d'une fonction d'utilité.

Certaines préférences ne peuvent pas être représentées par une fonction d'utilité:

**Proposition 2** S'il existe une fonction d'utilité  $u(\cdot)$  qui représente les préférences  $\succsim$ , ces préférences sont rationnelles

(parce que la rationalité est nécessaire pour établir l'ordre parmi des alternatives).



# Conditions suffisantes pour l'existence d'une fonction d'utilité.

La rationalité des préférences ne garantit pas l'existence d'une fonction d'utilité représentant ces préférences.

**Definition.** Les préférences sont *continues* si, pour n'importe quel séquence  $\{(x^n, y^n)\}_{n=1}^{\infty}$  tel que  $x^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} x$ ,  $y^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} y$  et  $x^n \succsim y^n \forall n$ , nous avons  $x \succsim y$ .

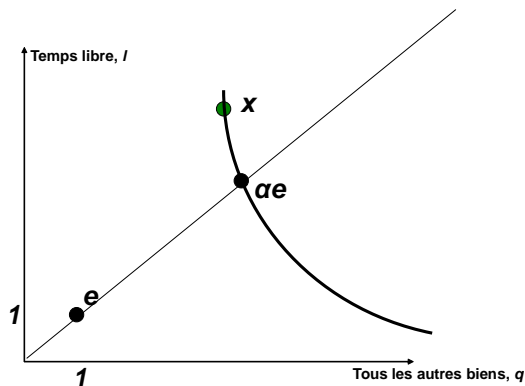
Si un individu préfère chaque élément d'une séquence à chaque élément de l'autre séquence, il ne renverse pas ses préférences aux limites.

Exemple:  $x^n = (l_x^n, q_x^n) = (14 + \frac{10}{n}, 5 + \frac{1}{n})$ ;  
 $y^n = (l_y^n, q_y^n) = (10 + \frac{14}{n}, 4 + \frac{2}{n})$ , où  $n = 1, \dots, \infty$ .

**Proposition 3** Si les préférences sont continues et rationnelles, il existe une fonction d'utilité qui représente ces préférences.

# Conditions suffisantes pour l'existence d'une fonction d'utilité.

Supposons qu'un consommateur préfère une alternative qui fournit plus de chaque bien.<sup>1</sup> Prenons  $u(x) = \alpha$  où  $\alpha e \sim x$ .

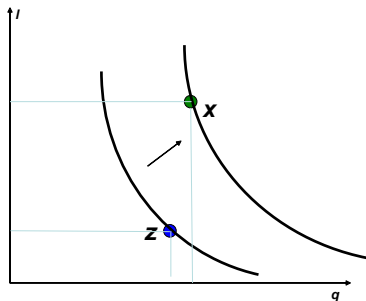


<sup>1</sup>D'ici peu, nous allons appeler de telles préférences "monotones".

# Hypothèses supplémentaires.

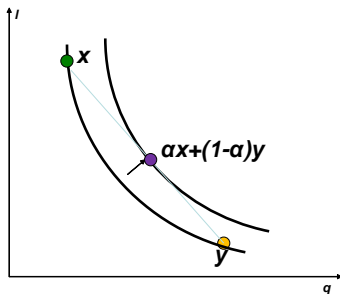
Supposons que les préférences sont rationnelles et continues afin de garantir l'existence d'une fonction d'utilité représentant ces préférences. Maintenant, nous pourrions dire qu'un individu va choisir des alternatives maximisant son utilité. Pour utiliser la technique standard de maximisation, laissez-nous prendre deux hypothèses supplémentaires:

- Les préférences sont *strictement monotones*, c'est à dire,  $x \gg z \Rightarrow x \succ z$  (jamais assez).

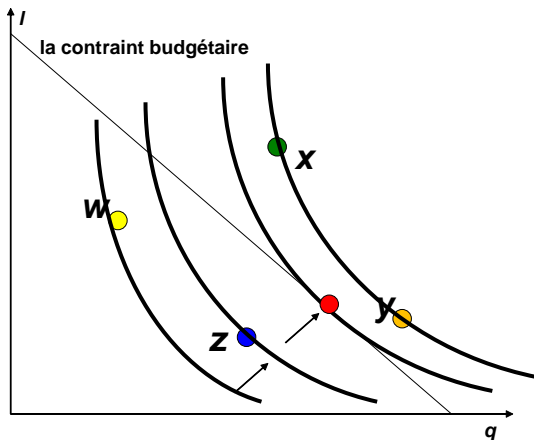


# Hypothèses supplémentaires.

- Les préférences sont strictement monotones, c'est à dire,  $x \gg z \Rightarrow x \succ z$  (jamais assez).
- Les préférences sont *strictement convexes*, c'est à dire,  $x \succ z$  et  $y \succ z \Rightarrow \alpha x + (1 - \alpha)y \succ z$  (préférences pour les mélanges).

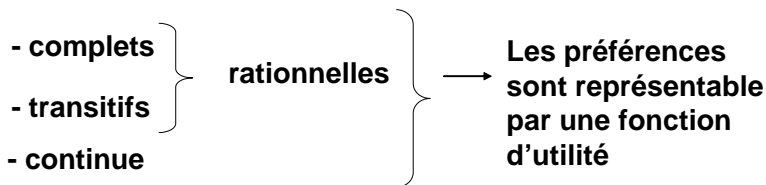


# Choix d'un consommateur.



# Récapitulation des hypothèses.

Pour récapituler, le modèle de choix rationnel suppose que les choix sont conduits par des préférences qui sont:



- **monotone (jamais assez)**

- **convex (préférence pour les mélanges)**

**Exercise:** Quelle axiomes sont vérifié avec:

(i) substities parfait

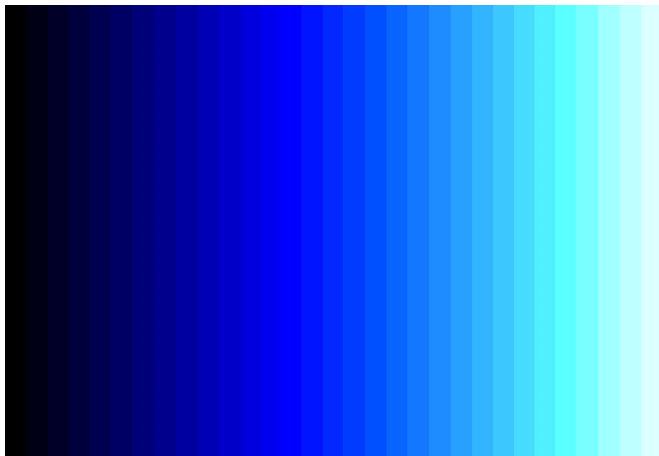
(ii) complements parfaits

# Critique informelle: les préférences sont-elles complètes?

Des fois  $x \succ y$ , donc les préférences ne sont pas complètes.



# Critique informelle: les préférences sont transitifs?

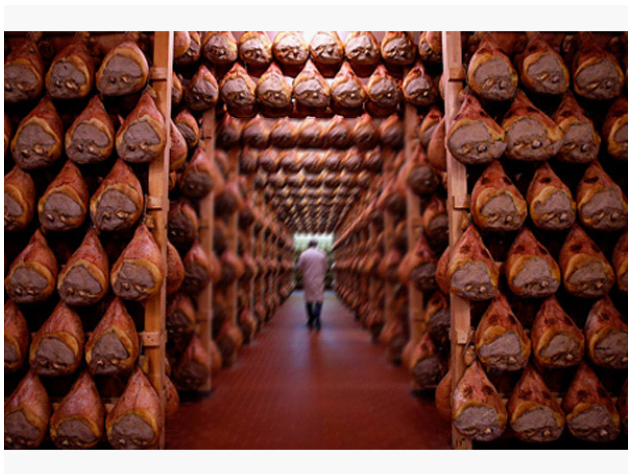




# Critique informelle: les préférences sont continues?



# Critique informelle: les préférences sont monotones?



# Critique informelle: les préférences sont convexes?



Il y a une évidence croissante contre le modèle de choix rationnel:

- Des choix sont faits en fonction du contexte.
- Beaucoup d'alternatives sont ignorées.

# Choix dépendants du contexte: "framing".

Kahneman and Tversky (1981):



## Choix dépendants du contexte: “status quo bias”.<sup>2</sup>

Madrian and Shea (2001) décrivent les décisions des salariés d'une grande société américaine par rapport à leur plan de retrait:

Avant 1 avril 1998, les salariés pouvaient s'inscrire au “401-K plan” de retrait.

Après 1 avril 1998: ils étaient inscrits à ce plan par défaut avec une option de se désinscrire.

Résultats:

- (i) La participation a augmenté.
- (ii) De nouvelles embauches avaient tendance à garder les contributions et les investissements par défaut, alors que ces contributions et investissements n'étaient pas populaires avant.

---

<sup>2</sup>Cette exemple arrive un peu tôt car nous n'avons pas parlé de la prise des décisions sur l'incertitude.

## Des alternatives ignorées: "choix satisfaisant".

3
18
15
10
23

$13+55-42+138-95$
$18+62-10+80-90$
$15+66+22+33+11$
$10+77-53+300-280$
$23-19+48-54-400+500$

# Des alternatives ignorées: “choix satisfaisant”.

L'expérience de Caplin, Dean and Martin (2011) : Il y avait six traitements qui diffèrent en termes de complexité (3 ou 7 addition et soustraction) ainsi que le nombre total d'alternatives disponibles (10, 20 ou 40).

Exemple: 10 choix avec les objets de complexité 3:

Figure 1: A typical choice round

Round	Current selection:
2 of 30	four plus eight minus four

Choose one:

- zero
- three plus five minus seven
- four plus two plus zero
- four plus three minus six
- four plus eight minus four
- three minus three plus one
- five plus one minus one
- eight plus two minus five
- three plus six minus five
- four minus two minus one
- five plus five minus one

Finished



# Des alternatives ignorées: “choix satisfaisant”.

- Les sujets font des erreurs:

Failure rate (percent)		
Set size	Complexity	
	3	7
10	11.38	46.53
20	26.03	58.72
40	37.95	80.86

## Des alternatives ignorées: “choix satisfaisant”.

- Les sujets font des erreurs.
- Ils perdent de l'argent:

Absolute loss (dollars)		
Set size	Complexity	
	3	7
10	0.42	3.69
20	1.62	4.51
40	2.26	8.30

# Des alternatives ignorées: “choix satisfaisant”.

- Les sujets font des erreurs.
- Ils perdent de l'argent.

On ne peut pas expliquer ces effets par une optimisation rationnelle tenant compte de coût d'effort: Les sujets utilisent “rule-of-thumb”, non ajusté au traitement.

# Alors pourquoi la modèle de choix rationnel?

1. Théorie cohérente avec beaucoup d'applications.
2. Prévisions plausibles de "comparative statics".
3. Critères de bien-être.



(i). Menu = {steak haché, pizza, dorade grillée, poulet rôti}. Nicolas préfère le poulet rôti au steak haché; il est indifférent entre le poulet et la dorade; pour lui, la pizza est mieux que la dorade et moins bien que le steak haché. Est-ce que les préférences de Nicolas sur ce menu sont rationnelles?

(ii). Vrai ou faux? Si les préférences sont rationnelles, il existe une fonction d'utilité qui représente ces préférences.

(iii). Décrivez le modèle de choix rationnel à une "victime bénévole".

Dans les modèles économiques classiques, les préférences des gens sont telles que (cocher la bonne réponse):

- a les individus préfèrent être guidés par la main invisible.
- b les individus ne partagent rien avec les autres.
- c chaque individu peut ordonner différents paniers de biens, du moins attractif au plus attractif.
- d les individus payent leurs impôts.

Trouvez une *fausse* critique du modèle de choix rationnel parmi les suivantes:

- a Les choix sont faits en fonction du contexte.
- b Quand les individus font leur choix, ils ignorent beaucoup d'alternatives.
- c Il est parfois difficile de comparer des alternatives.
- d Les individus ne sont pas tous égoïstes.

Quelle condition parmi les suivantes est nécessaire pour la rationalité des préférences?

- a continuité.
- b transitivité.
- c monotonicité.
- d convexité.



-  Caplin A., Dean M. and M. Daniel (2011), "Search and Satisficing," *American Economic Review*, 101(7):2899-2922.
-  Madrian, B. C. and D. F. Shea (2001), "The Power of Suggestion: Inertia in 401(k) Participation and Savings Behavior," *Quarterly Journal of Economics*, 116(4):1149-1187.
-  Tversky A. and D. Kahneman (1981), "The Framing of Decisions and the Psychology of Choice," *Science*, 211(4481):453-458.