

Le taux marginal de substitution et l'utilité marginal

Elena Panova.

Fall, 2023.

Equation d'une courbe d'indifference.

Supposons qu'il y a deux biens: x – viande, y – pâtes. Le graphique de la fonction d'utilité $u(x, y)$ est en 3D.

Rappel: Les courbes d'indifférence regroupent les paniers jugés équivalents entre eux alors qu'ils ne sont pas composés des mêmes quantités de bien.

$$u(x, y) = \hat{u} \iff y = f(x, \hat{u})$$

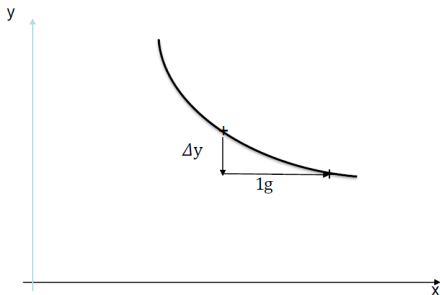
Remarquez que la valeur de l'utilité \hat{u} est un paramètre d'équation.

Exercice. Trouvez les équations des courbes d'indifférence:

$u(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$, $u(x, y) = x$, $u(x, y) = x + \alpha y$ (interprétez α).

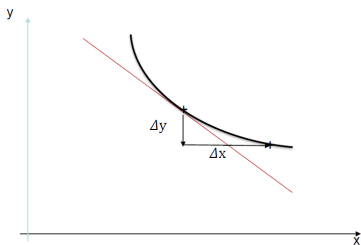
Le taux marginal de substitution: l'intuition.

Combien de grammes de pâtes je suis prêt à renoncer pour 1g de viande supplémentaire?



Le taux marginal de substitution: définition.

Le taux marginal de substitution $y \rightarrow x$ donne la quantité de bien y à laquelle le consommateur est prêt à renoncer par Δx unités de bien x en plus, pour des variations marginales (Δx très petites) des biens à satisfaction constante.

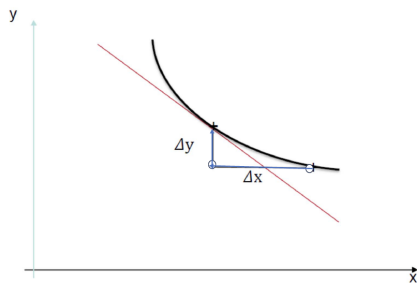


$$TMS_{y \rightarrow x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} - \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} - \frac{f(x + \Delta x, \hat{u}) - f(x, \hat{u})}{\Delta x} = f'(x, \hat{u})$$

Si les préférences sont strictement convexes, la valeur de la TMS varie d'un point sur la courbe d'indifférence à l'autre (je suis prêt à renoncer plus des pâtes pour 1g de viande supplémentaire si initialement j'ai bcp de viande).

Le taux marginal de substitution: changement du bien numeraire.

Le taux marginal de substitution $x \rightarrow y$ donne la quantité de bien x à laquelle le consommateur est prêt à renoncer par Δy unités de bien y en plus, pour des variations marginales (Δy très petites) des biens à satisfaction constante.



$$TMS_{x \rightarrow y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} - \frac{\Delta x}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} - \frac{g(y+\Delta y, \hat{u}) - g(y, \hat{u})}{\Delta y} = g'(y, \hat{u}),$$

ou $x = g(y, \hat{u}) \iff u(x, y) = \hat{u}.$

Le taux marginal de substitution et les utilités marginales.

L'utilité marginale d'un bien pour un consommateur désigne la satisfaction supplémentaire qui résulte de l'augmentation (très petite) de la quantité consommée de ce bien.

$$u'_x(x, y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x+\Delta x, y) - u(x, y)}{\Delta x}, \quad u'_y(x, y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x, y+\Delta x) - u(x, y)}{\Delta x}$$

Exercise. Trouvez $u'_x(x, y)$ et $u'_y(x, y)$: $u(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$, $u(x, y) = \ln x$, $u(x, y) = x + y$

Exercise. Supposons que les préférences de Nico et Anne sont représentées par une fonction d'utilité $u(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$ avec différents α . Nico aime la viande (bien x) plus que Anne. Comparez leurs α s.

Remarquez que:

- Si les préférences sont (strictement) monotones les utilités marginales sont non négatives (positives).
- Si les préférences sont (strictement) convexes les utilités marginales sont (strictement) décroissantes.

$$du(x, y) = u'_x(x, y)dx + u'_y(x, y)dy$$

Sur la même courbe d'indifférence $du(x, y) = 0$ (car $u(x, y) = \text{const}$). Du coup,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{u'_x(x, y)}{u'_y(x, y)}$$

Exercise. Trouvez $TMS_{y \rightarrow x}$ si: $u(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$, $u(x, y) = \ln x$,
 $u(x, y) = x + y$.